COMPARACIÓN ESTADÍSTICA DE DOS JUEGOS DE DATOS

INV E – 822 – 13

1 OBJETO

1.1 Esta norma se puede emplear para determinar si los resultados de dos juegos de ensayos representan una misma población (el mismo material).

2 DEFINICIONES

2.1 *Población* – Totalidad de elementos que caracterizan una propiedad física de una clase de individuos o de objetos. El término población implica integridad. Algunos ejemplos de una población son: las alturas de las personas de una ciudad o de un país, los porcentajes de asfalto de todas las amasadas en un proyecto de pavimentación, etc.

2.2 *Muestra* – Generalmente, es imposible o poco práctico medir una población entera, de manera que se emplea una pequeña parte del universo, llamada muestra o un grupo de datos, para hacer una inferencia estadística acerca de algunas características de la población. La inferencia estadística es una decisión, estimación, predicción o generalización acerca de la población, basada en la información de la muestra. Algunos ejemplos de muestras son:las alturas de 1000 personas de una ciudad, espesores de 10 núcleos de un kilómetro de pavimento, etc. Generalmente, entre más grande sea la muestra, más representativos de la población resultan sus estadísticos. Usualmente, es suficiente una muestra de 30 o más datos para obtener estadísticos representativos de la población.

2.3 *Distribución normal* – Como resultado de muchas investigaciones, se ha concluido que numerosas medidas que se realizan durante la construcción vial, y en la naturaleza en general, se distribuyen simétricamente alrededor de un valor medio, con la mayoría de los valores agrupados cerca de ese medio y con un número cada vez menor de valores a medida que se alejan de él. Esto describe la distribución normal, que es la más importante distribución de probabilidad para los materiales y la construcción de carreteras. La distribución normal es útil en el análisis de los datos adquiridos y en la provisión de inferencias acerca de la población, a partir de los datos de muestras.

2.3.1 La distribución normal está definida por dos parámetros: la media y la desviación estándar. La media determina la localización del eje-x de la distribución normal y la desviación estándar determina la altura y el ancho de la distribución normal.

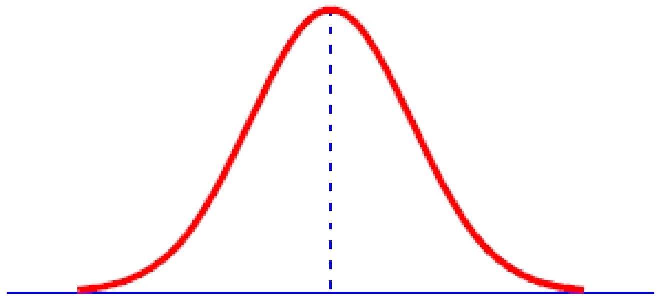

Figura 822 - 1. Distribución normal típica

2.4 *Media* – Mide la tendencia central del juego de observaciones. Se usa para un valor típico representativo de un grupo de datos. La media es un valor tal, que la suma de las desviaciones de las observaciones es cero. La media es la suma de los valores de las observaciones, dividida por el número de observaciones, y se calcula con la ecuación.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad [822.1]$$

Donde: $\overline{x}$: Valor medio;

x_i: Una observación individual;n:

Número de observaciones.

2.5 *Varianza, s^2* – Es la medida fundamental de la dispersión en un juego de datos. Es una medida de la variabilidad (dispersión) de un juego de datos. Una varianza pequeña indica un ajuste estricto de los datos, con poca variabilidad. Una varianza grande es indicativa de un juego de datos muy amplio, con alta variabilidad. La varianza se calcula con la ecuación:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1} \qquad [822.2]$$

Donde: s^2: Varianza;

$\bar{x}$: Valor medio;

x_i: Una observación individual;n:

Número de observaciones.

2.6 *Desviación estándar, s* – Es la raíz cuadrada de la varianza. Es la medida unitaria de la variabilidad, así como el metro es la medida unitaria de la longitud. La desviación estándar tiene siempre las mismas unidades que las medidas reales. Se calcula con la ecuación:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}} \qquad [822.3]$$

Donde: s: Desviación estándar;$\bar{x}$

: Valor medio;

x_i: Una observación individual;n:

Número de observaciones.

2.7 *Grados de libertad, υ* – Es el número de observaciones independientes en la muestra (n) menos el número de parámetros de la población (k) que se deben estimar a partir de las observaciones de la muestra. En símbolos, υ = n – k.

2.8 *Prueba F* – Una prueba estadística usada para determinar si las varianzas de dos juegos de datos (muestras) son equivalentes a un nivel dado de significación.

2.9 *Prueba t* – Una prueba estadística usada para determinar si los promedios de dos juegos de datos (muestras) son equivalentes a un nivel dado de significación.

2.10 *Nivel de significación, α* – Probabilidad máxima con la que en el ensayo de una hipótesis, ésta se rechaza cuando debía ser aceptada. Es la probabilidad de decidir incorrectamente que dos juegos de datos (muestras) son diferentes cuando ellos provienen de la misma población. En la práctica, se acostumbran utilizar niveles de significación de 0.05 o 0.01, lo cual indica que hay un 5 % (5 ocasiones de 100) ó 1 % (1 ocasión de 100) de probabilidad de decidir que dos muestras son de diferentes poblaciones, cuando en la realidad provienen de la misma población.

3 IMPORTANCIA Y USO

3.1 Esta norma brinda un método para comparar estadísticos muestrales (promedio y desviación estándar) de dos juegos de datos. Este tipo de análisis se puede hacer para verificar que dos juegos de resultados de ensayos son del mismo material y que el muestreo y el ensayo se están realizando correctamente.

3.2 El usuario de este procedimiento de ensayo debe ser consciente de que puede haber otras razones para detectar una diferencia aparente entre dos juegos de datos. Si los dos juegos de datos se obtuvieron con diferentes dispositivos de medida (por ejemplo, determinaciones de densidad con densímetros nucleares y a partir de medidas sobre núcleos), o si los ensayos fueron realizados por dos operadores con niveles marcadamente diferentes de habilidad o de experiencia, es posible que ello pueda producir una diferencia significativa aparente, cuando en realidad no hay diferencia en los materiales. Los procedimientos estadísticos son ciegos a influencias como estas, de manera que se debe tener mucho cuidado para aplicarlos correctamente.

4 TEORÍA

4.1 Para comparar dos poblaciones normalmente distribuidas, cuyas propiedades se han inferido a través de muestras diferentes, es necesario comparar sus valores medios (ubicación en el eje-x de las distribuciones) y sus varianzas o desviaciones estándar (extensión y altura de la distribución). Si las dos distribuciones tiene la misma media y la misma desviación estándar, entonces son equivalentes.

4.2 La prueba F brinda un medio para comparar la variabilidad, comparando las varianzas de los dos juegos de datos. Las diferencias en las medias se ensayan con una prueba t. Estos tipos de pruebas se conocen como pruebas de hipótesis. La suposición de que en verdad no hay una diferencia se llama “hipótesis nula”. Los estadísticos apropiados se calculan a partir de los juegos de datos y se comparan con los valores que se encuentran en tablas estándar. Siempre que un valor calculado exceda el valor de la tabla, se rechaza la hipótesis nula y se considera que las dos muestras provienen de poblaciones (materiales) diferentes.

5 EQUIPO E INSUMOS

5.1 *Equipo requerido* – Una calculadora portátil, un lápiz y una copia de estanorma para realizar los cálculos manualmente. Alternativamente, se puede emplear un programa de cómputo apropiado.

5.2 *Datos* – Se requieren dos juegos de datos obtenidos de manera aleatoria. Los dos juegos de datos deben haber sido muestreados durante el mismo período de tiempo, empleando el mismo procedimiento de muestreo y el mismo método de ensayo. En cada juego debe haber, como mínimo, dos resultados de ensayos.

6 PROCEDIMIENTO

6.1 *Prueba F para la varianza de muestras:*

6.1.1 Los valores usados en la prueba t dependen de si las varianzas son o no iguales en los dos juegos de datos. Por lo tanto, es necesario ensayar las varianzas de los resultados de los ensayos antes de ensayar las medias. El propósito es determinar si la diferencia en la variabilidad de los dos juegos de resultados de ensayos es mayor de lo que se pudiera esperar de la casualidad si ellos vinieran de la misma población. En este caso, no importa cuál varianza es mayor. Luego de comparar los resultados del ensayo, se llega a una de las siguientes conclusiones:

- Los dos juegos de datos tiene varianzas diferentes, debido a que la diferencia entre los dos juegos de los resultados de los ensayos es mayor de lo que es probable que ocurra debido al azar si sus varianzas son realmente iguales.

- No hay razón para creer que las varianzas sean diferentes, puesto que la diferencia no es tan grande como para hacer improbableque hayan ocurrido debido al azar si sus varianzas son realmente iguales.

6.1.2 Se calcula la varianza para el primer juego de datos, s_a^2, y para el segundo juego de datos, s_b^2.

6.1.3 Se calcula F, donde $F = s_a^2 / s_b^2$ o $F = s_b^2 / s_a^2$. La mayor de las dos varianzas debe estar siempre en el numerador.

6.1.4 Se escoge el nivel de significación, α, para el ensayo. Se recomienda un nivel de significación de 0.01 (1 %).

6.1.5 Se determina un valor crítico de F ($F_{crít}$) en la Tabla 822 - 9 o en la Tabla 822 - 10, usando los grados de libertad asociados con cada juego de resultados de ensayos. Para el juego de datos asociado con s_a^2, si el número de ensayos es n_a, entonces el número de grados de libertad, $υ_a$, es (n_a – 1). Para el juego de datos asociado con s_b^2, si el número de ensayos es n_b, entonces el número de grados de libertad, $υ_b$, es (n_b – 1). Los valores de las Tablas 822 - 9 y 822 - 10 se tabulan, para ensayar si hay una diferencia (grande o pequeña) entre las dos estimaciones de la varianza. Esto se conoce como un ensayo de dos colas (bilateral). Se debe tener mucho cuidado al usar otras tablas para la distribución F, ya que ellas están tabuladas usualmente con base en un ensayo de una cola (unilateral), es decir, ensayando específicamente si una varianzaes mayor que la otra.

6.1.6 Una vez que el valor $F_{crít}$ se ha determinado de las Tablas 822 - 9 o 822 - 10 (se deben usar los grados de libertad apropiados para el numerador y el denominador, al obtener el valor de las Tablas 822 - 9 o822 - 10), se llega a las siguientes conclusiones:

– Si $F \geq F_{crít}$, entonces los dos juegos de datos tienen variabilidades significativamente diferentes.

– Si $F < F_{crít}$, entonces no hay razón para creer que las variabilidades son significativamente diferentes.

6.2 *Prueba t para medias muestrales:*

6.2.1 Una vez que se han ensayado las varianzas y se ha determinado si son iguales o no, se ensayan las medias para determinar si difieren o si se pueden asumir iguales. La intención es establecer si es razonable asumir que los dos juegos de resultados de ensayos provenían de la misma población (material). El ensayo t se usa para comparar medias muestrales.

6.2.2 Se requieren dos aproximaciones para la prueba t:

– Si se ha determinado que las varianzas son iguales, entonces la prueba t se realiza sobre las dos muestras usando una estimación combinada de la varianza y una combinación de los grados de libertad.

– Si se asume que las varianzas muestrales son diferentes, entonces la prueba t se conduce empleando varianzas muestralesindividuales, los tamaños de las muestras individuales y los grados de libertad efectivos (estimados de las varianzas muestrales y delos tamaños muestrales).

6.2.3 En cualquiera de los casos descritos en el numeral 6.2.2, se toma una de las siguientes decisiones:

– Los dos juegos de datos tienen medias diferentes, porque la diferencia entre las medias muestrales es mayor de lo que es probable que ocurra debido al azar si sus medias son realmente iguales.

– No hay razón para creer que las medias son diferentes, puesto que la diferencia entre las medias muestrales no es tan grande como para hacer improbable que hayan ocurrido debido al azar si sus medias son realmente iguales.

6.2.4 *Varianzas muestrales asumidas iguales:*

6.2.4.1 La varianza combinada, la cual es el promedio ponderado usando como factor de ponderación los grados de libertad para cada muestra, se calcula a partir de las varianzas muestrales empleando la ecuación:

$$s_p^2 = \frac{s_a^2(n_a - 1) + s_b^2(n_b - 1)}{n_a + n_b - 2} \quad [822.4]$$

Donde: s_p^2: Estimativo combinado de la varianza;

s_a^2: Varianza del juego de datos de la muestra A;

s_b^2: Varianza del juego de datos de la muestra B;

n_a: Número de resultados de ensayos sobre la muestra A;

n_b: Número de resultados de ensayos sobre la muestra B.

6.2.4.2 La siguiente ecuación se usa para calcular el valor t a partir del cual se toma la decisión:

$$t = \frac{\left|\bar{x}_a - \bar{x}_b\right|}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_a} + \frac{s_p^2}{n_b}}} \qquad [822.5]$$

Donde: $\bar{x}_a$: Media del juego de datos de la muestra A;

$\bar{x}_b$: Media del juego de datos de la muestra B;

s_p^2: Estimativo combinado de la varianza;

n_a: Número de resultados de ensayos sobre la muestra A;

n_b: Número de resultados de ensayos sobre la muestra B.

6.2.4.3 Se escoge el nivel de significación, α, para la prueba. Se recomienda un nivel de significación de 0.01 (1 %).

6.2.4.4 Se calculan los grados de libertad combinados (υ_p), usando la fórmula:

$$\upsilon_p = n_a + n_b - 2 \qquad [822.6]$$

Donde: υ_p: Grados de libertad combinados;

n_a: Número de resultados de ensayos sobre la muestra A;

n_b: Número de resultados de ensayos sobre la muestra B.

6.2.4.5 Se determina en la Tabla 822 - 11 el valor t crítico ($t_{crít}$) para un nivel de significación, α, igual a 0.01 (1 %) y para los grados de libertad combinados (υ_p).

6.2.4.6 Una vez que el valor t crítico ($t_{crít}$) se ha determinado en la Tabla 822 - 11, se concluye:

- Si $t \geq t_{crít}$, entonces los dos juegos de datos tienen medias significativamente diferentes.

- Si $t < t_{crít}$, entonces no hay razón para creer que las medias sean significativamente diferentes.

6.2.5 *Varianzas muestrales asumidas no iguales:*

6.2.5.1 Si las varianzas de las muestras no se asumen como iguales, entonces se usan las varianzas de las muestras individuales y no las combinadas, para calcular t. En este caso, los grados de libertad usados para determinar $t_{crít}$ son un valor estimado de grados de libertad efectivos, υ_e, más bien que los grados de libertad combinados.

6.2.5.2 Se usa la siguiente ecuación para calcular el valor el valor t a partir del cual se toma la decisión:

$$t = \frac{\left|\overline{x}_a - \overline{x}_b\right|}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}}} \qquad [822.7]$$

Donde:

$\bar{x}_a$: Media del juego de datos de la muestra A;

$\bar{x}_b$: Media del juego de datos de la muestra B;

s_a^2: Varianza del juego de datos de la muestra A;

s_b^2: Varianza del juego de datos de la muestra B;

n_a: Número de resultados de ensayos sobre la muestra A;

n_b: Número de resultados de ensayos sobre la muestra B.

6.2.5.3 Se escoge el nivel de significación, α, para la prueba. Se recomienda un nivel de significación de 0.01 (1 %).

6.2.5.4 Se calculan los grados efectivos de libertad (υ_e), usando la fórmula:

$$\nu_e = \frac{\left(\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}\right)^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_a^2}{n_a}\right)^2}{n_a+1} + \frac{\left(\frac{s_b^2}{n_b}\right)^2}{n_b+1}\right]} - 2 \qquad [822.8]$$

Donde: υ_e: Grados de libertad efectivos;

s_a^2: Varianza del juego de datos de la muestra A;

s_b^2: Varianza del juego de datos de la muestra B;

n_a: Número de resultados de ensayos sobre la muestra A;

n_b: Número de resultados de ensayos sobre la muestra B.

6.2.5.5 Se determina en la Tabla 822 - 11 el valor crítico t ($t_{crít}$) para un nivel de significación, α, igual a 0.01 (1 %) y para los grados de libertad efectivos (υ_e).

6.2.5.6 Una vez que se ha determinado en la Tabla 822 - 11 el valor crítico de t (t_{crit}), entonces:

- Si $t \geq t_{crít}$, entonces los dos juegos tienen medias significativamente diferentes.

– Si $t < t_{crít}$, entonces no hay razón para creer que las medias son significativamente diferentes.

7 RESULTADOS DE LOS ENSAYOS Y CÁLCULOS

7.1 *Recolección de los resultados de los ensayos:*

7.1.1 Se obtienen los dos juegos de resultados de ensayos que se van a analizar. Con el fin de que el análisis sea significativo, las muestras se deben obtener a través de un sistema de muestreo aleatorio (ver norma INV E–730). Los dos juegos deben haber sido muestreados en el mismo período, y empleando los mismos procedimientos para el muestreo y para el ensayo. Al menos, cada juego deberá estar constituido por dos resultados de ensayos para poder usar este procedimiento. Puede haber más resultados en un juego que en el otro.

7.2 *Cálculos de muestras con varianzas iguales:*

7.2.1 Los 21 resultados de ensayos mostrados en la Tabla 822 - 1 son contenidos de asfalto tomados por un laboratorio sobre una mezcla específica. Los 8 resultados de la Tabla 822 - 2 fueron obtenidos por otro laboratorio sobre la misma mezcla, durante el mismo período, empleando los mismos sistemas de muestreo y ensayo. ¿Es posible que los ensayos provengan de la misma población?

Tabla 822 - 1. Resultados de ensayos sobre la muestra A

x_{ai}	$\sum(x_{ai}-\bar{x}_a)^2$
6.4	0.0625
6.2	0.0025
6.0	0.0225
6.6	0.2025
6.1	0.0025
6.0	0.0225
6.3	0.0225
6.1	0.0025
5.9	0.0625
5.8	0.1225
6.0	0.0225
5.7	0.2025
6.3	0.0225
6.5	0.1225
6.4	0.0625
6.0	0.0225
6.2	0.0025
6.5	0.1225
6.0	0.0225
5.9	0.0625
6.3	0.0225
$\Sigma(x_{ai})$ = 129.2	$\sum(x_{ai}-\bar{x}_a)^2$ = 1.2125

Tabla 822 - 2. Resultados de ensayos sobre la muestra B

x_{bi}	$\sum(x_{bi}-\bar{x}_b)^2$
5.4	0.0576
5.8	0.0256
6.2	0.3136
5.4	0.0576
5.4	0.0576
5.8	0.0256
5.7	0.0036
5.4	0.0576
$\Sigma(x_{bi})$ = 45.1	$\sum(x_{bi}-\bar{x}_b)^2$ = 0.5988

7.2.1.1 Se calcula el valor medio para cada muestra, $\bar{x}_a$ y $\bar{x}_b$:

$$\bar{x}_a = \frac{\sum x_{ai}}{n_a} = \frac{129.2}{21} = 6.15$$

$$\bar{x}_b = \frac{\sum x_{bi}}{n_b} = \frac{45.1}{8} = 5.64$$

7.2.1.2 Se calcula la varianza para cada muestra, s_a^2 y s_b^2:

$$s_a^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ai}-\bar{x}_a\right)^2}{n_a - 1} = \frac{1.2125}{21-1} = 0.0606$$

$$s_b^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{bi}-\bar{x}_b\right)^2}{n_b - 1} = \frac{0.5988}{8-1} = 0.0855$$

7.2.1.3 Se calcula F, colocando la mayor varianza en el numerador:

$$F = \frac{s_b^2}{s_a^2} = \frac{0.0855}{0.0606} = 1.41$$

7.2.1.4 Se determinan los grados de libertad para el numerador (υ_b) y para el denominador (υ_a):

$$\upsilon_b = n_b - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$\upsilon_a = n_a - 1 = 21 - 1 = 20$$

7.2.1.5 En la Tabla 822 - 9, para un nivel de significación, α, de 0.01 (1 %), para los valores de υ_b y υ_a; se obtiene que $F_{crít} = 4.2569$

7.2.1.6 Puesto que $F = 1.41 < F_{crít} = 4.2569$, no hay razón para creer que los dos juegos de resultados de ensayos tienen variabilidades diferentes. Esto significa que ellos pueden provenir de la misma población (material). Puesto que las varianzas se pueden asumir iguales, se puede usar la varianza combinada para determinar el estadístico t, y los grados de libertad combinados se pueden emplear para calcular el valor t crítico ($t_{crít}$).

7.2.1.7 Se calcula la varianza combinada, s_p^2, usando las varianzas de las muestras (s_a^2 y s_b^2):

$$s_p^2 = \frac{s_a^2(n_a - 1) + s_b^2(n_b - 1)}{n_a + n_b - 2} = \frac{0.0606(21-1) + 0.0855(8-1)}{21 + 8 - 2} = 0.067$$

7.2.1.8 Se calcula el estadístico de la prueba t:

$$t = \frac{|\overline{x}_a - \overline{x}_b|}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_a} + \frac{s_p^2}{n_b}}} = \frac{|6.15 - 5.64|}{\sqrt{\frac{0.067}{21} + \frac{0.067}{8}}} = 4.742$$

7.2.1.9 Se calculan los grados de libertad combinados (υ_p), con la fórmula:

$$\upsilon_p = n_a + n_b - 1 = 21 + 8 - 1 = 27$$

7.2.1.10 En la Tabla 822 - 11, para un nivel de significación, α, de 0.01 (1 %), y para los grados de libertad combinados (υ_p = 27); se obtiene que $t_{crít}$ = 2.7707

7.2.1.11 Puesto que t = 4.742 > $t_{crít}$ = 2.7707, las medias muestrales no son iguales. Es posible que los dos juegos de datos no provengan de la misma población (material).

7.3 *Cálculos de muestras con varianzas diferentes:*

7.3.1 Los 25 resultados de ensayos mostrados en la Tabla 822 - 3 se obtuvieron en un laboratorio sobre un material específico. Los 10 resultados de la Tabla 822 - 4 fueron obtenidos por otro laboratorio sobre el mismo material, durante el mismo período, empleando los mismos sistemas de muestreo y ensayo. ¿Es posible que los ensayos provengan de la misma población?

Tabla 822 - 3. Resultados de ensayos sobre la muestra A

	x_{ai}	$\sum(x_{ai}-\bar{x}_a)^2$
	21.4	1.6384
	20.2	0.0064
	24.5	19.1844
	24.2	16.6464
	23.1	8.8804
	22.7	6.6564
	23.5	11.4244
	15.5	21.3444
	17.9	4.9284
	24.1	15.8404
	18.6	2.3104
	15.9	17.8084
	17.0	9.7344
	20.0	0.0144
	24.2	16.6464
	14.6	30.4704
	19.7	0.1764
	16.0	16.9744
	23.1	8.8804
	20.8	0.4624
	14.6	30.4704
	16.4	13.8384
	22.0	3.5344
	18.7	2.0164
	24.2	16.6464
$\Sigma(x_{ai})$ =	502.9	$\sum(x_{ai}-\bar{x}_a)^2$ = 276.5340

Tabla 822 - 4. Resultados de ensayos sobre la muestra B

	x_{bi}	$\sum(x_{bi}-\bar{x}_b)^2$
	34.7	201.3561
	16.8	13.7641
	16.2	18.5761
	27.7	51.6961
	20.3	0.0441
	16.8	13.7641
	20.0	0.2601
	19.0	2.2801
	11.3	84.8241
	22.3	3.2041
$\Sigma(x_{bi})$ =	205.1	$\sum(x_{bi}-\bar{x}_b)^2$ = 389.7690

7.3.1.1 Se calcula el valor medio para cada muestra, $\bar{x}_a$ y $\bar{x}_b$:

$$\overline{x}_a = \frac{\sum x_{ai}}{n_a} = \frac{502.9}{25} = 20.12$$

$$\overline{x}_b = \frac{\sum x_{bi}}{n_b} = \frac{205.1}{10} = 20.51$$

7.3.1.2 Se calcula la varianza para cada muestra, s_a^2 y s_b^2:

$$s_a^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ai} - \overline{x}_a\right)^2}{n_a - 1} = \frac{276.5340}{25-1} = 11.5223$$

$$s_b^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{bi} - \overline{x}_b\right)^2}{n_b - 1} = \frac{389.7690}{10-1} = 43.3077$$

7.3.1.3 Se calcula F, colocando la mayor varianza en el numerador:

$$F = \frac{s_b^2}{s_a^2} = \frac{43.3077}{11.5223} = 3.76$$

7.3.1.4 Se determinan los grados de libertad para el numerador (υ_b) y para el denominador (υ_a):

$$\upsilon_b = n_b - 1 = 10 - 1 = 9$$

$$\upsilon_a = n_a - 1 = 25 - 1 = 24$$

7.3.1.5 En la Tabla 822 - 9, para un nivel de significación de 0.01 (1 %), para los valores de υ_b y υ_a; se obtiene que $F_{crít} = 3.6949$

7.3.1.6 Puesto que $F = 3.76 > F_{crít} = 3.6949$, hay razón para creer que los dos juegos de resultados de ensayos tienen variabilidades diferentes. Esto significa que es probable que ellos provengan de poblaciones (materiales) con diferentes variabilidades. Puesto que las varianzas no se pueden asumir iguales, se deben usar las varianzas individuales para determinar el estadístico de la prueba t, y se estiman los grados de libertad efectivos para calcular el valor t crítico ($t_{crít}$).

7.3.1.7 Se calcula el estadístico de la prueba t:

$$t = \frac{\left|\overline{x}_a - \overline{x}_b\right|}{\sqrt{\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}}} = \frac{\left|20.12 - 20.51\right|}{\sqrt{\frac{11.5223}{25} + \frac{43.3077}{10}}} = 0.178$$

7.3.1.8 Se calculan los grados de libertad efectivos (υ_e), con la fórmula que se indica a continuación. El valor calculado se debe redondear al entero.

$$v_e = \frac{\left(\frac{s_a^2}{n_a} + \frac{s_b^2}{n_b}\right)^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_a^2}{n_a}\right)^2}{n_a + 1} + \frac{\left(\frac{s_b^2}{n_b}\right)^2}{n_b + 1}\right]} - 2 = \frac{\left(\frac{11.5223}{25} + \frac{43.3077}{10}\right)^2}{\left[\frac{\left(\frac{11.5223}{25}\right)^2}{25+1} + \frac{\left(\frac{43.3077}{10}\right)^2}{10+1}\right]} - 2 = \frac{22.960}{1.713} - 2 = 11.4 \Rightarrow 11$$

7.3.1.9 En la Tabla 822 - 11, para un nivel de significación, α, de 0.01 (1 %), y para los grados de libertad efectivos (υ_e = 11); se obtiene que $t_{crít}$ = 3.1058

7.3.1.10 Puesto que t = 0.180 < $t_{crít}$ = 3.1058, no hay razón para asumir que las medias muestrales no sean iguales. Puesto que las varianzas son diferentes, es razonable asumir que los dos juegos de resultados provienen de diferentes poblaciones (materiales) con la misma media.

8 INFORME

8.1 Se pueden extraer varias conclusiones luego de realizar las pruebas F y t:

8.1.1 *$F \geq F_{crít}$ y $t \geq t_{crít}$* – Esto indicaría que los dos juegos de datos tienen tanto variabilidades como medias significativamente diferentes (Figura 822 - 2). Es improbable que los dos juegos de resultados provengan de la misma población (material).

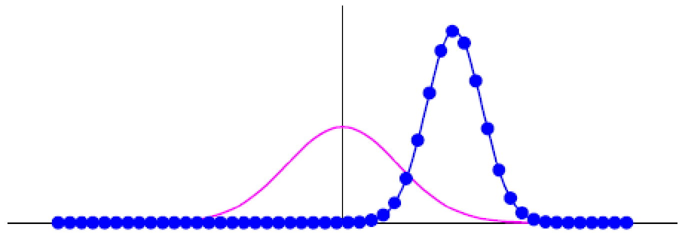

Figura 822 - 2. Dos poblaciones con medias y variabilidades diferentes

8.1.2 $F \geq F_{crít}$ *y* $t < t_{crít}$ – Esto indicaría que los dos juegos de datos tienen variabilidades significativamente diferentes e iguales medias (Figura822 - 3). Es probable que los dos juegos de resultados provengan dedos poblaciones (materiales) con la misma media.

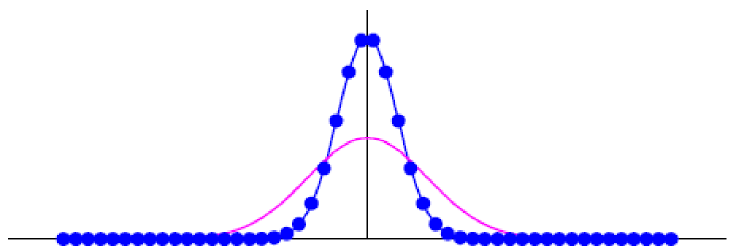

Figura 822 - 3. Dos poblaciones con medias similares y diferentes variabilidades

8.1.3 $F < F_{crít}$ *y* $t \geq t_{crít}$ – Esto indicaría que los dos juegos de datos tienen variabilidades iguales y medias significativamente diferentes (Figura822 - 4). Es probable que los dos juegos de resultados provengan dedos poblaciones (materiales) con la misma variabilidad y diferentesmedias.

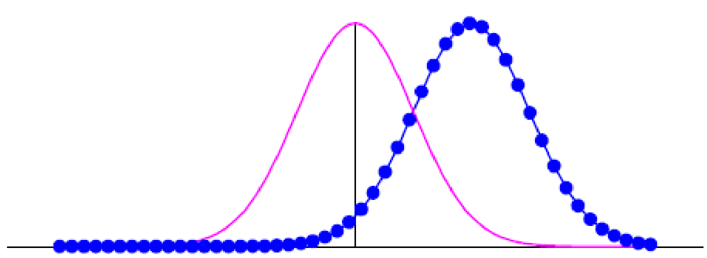

Figura 822 - 4. Dos poblaciones con medias diferentes y variabilidades similares

8.1.4 $F < F_{crít}$ *y* $t < t_{crít}$ – Esto indicaría que los dos juegos de datos tienen variabilidades iguales y medias iguales (Figura 822 - 5). Es probable que los dos juegos de resultados provengan de la misma población (material), con la misma variabilidad y la misma media.

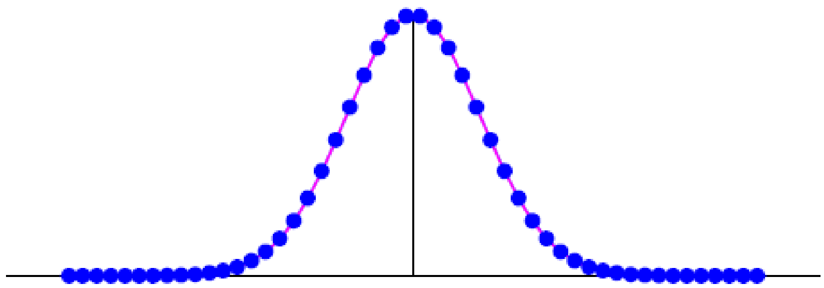

Figura 822 - 5. Dos poblaciones con similares medias y variabilidades

9 CALIBRACIONES, CORRECCIONES Y REPETIBILIDAD

9.1 *Fuentes de error:*

9.1.1 El empleo un nivel de significación, α, igual a 1 % para determinar los valores de F ($F_{crít}$) y t ($t_{crít}$), implica que aun existe una probabilidad pequeña (1 en 100) de llegar a una conclusión errónea cuando se usen estos ensayos.

9.1.2 El usuario de este procedimiento de ensayo debe ser consciente de que puede haber otras razones para detectar una aparente diferencia entre dos juegos de datos. Si los dos juegos de medidas se hicieron con diferentes dispositivos de medida (por ejemplo, lecturas con densímetros nucleares y medidas de densidad sobre núcleos), o si los ensayos fueron realizados por dos operadores con niveles marcadamente diferentes de habilidad o de experiencia, es posible que ello pueda producir una diferencia significativa aparente, cuando en realidad no hay ninguna diferencia en los materiales. Los procedimientos estadísticos son ciegos a influencias como éstas, de manera que se debe tener mucho cuidado para aplicarlos correctamente.

9.1.3 Hay una posibilidad de hacer una determinación incorrecta, si: (1) los dos juegos de resultados de los ensayos no fueron obtenidos aleatoriamente, (2) los dos juegos de resultados de los ensayos no fueron obtenidos durante el mismo período, (3) se usaron diferentes procedimientos de muestreo y ensayo para obtener los dos juegos de datos.

9.1.4 Como resultado de muchas investigaciones, se ha concluido que numerosas medidas que se realizan durante la construcción vial siguen la distribución normal. Esta es la suposición que sirve de base a este procedimiento. Si los juegos de datos están cerca de una distribución normal, no se introducirá demasiado error en el análisis. Si los juegos de datos no se asimilan a la distribución normal, la suposición básica no es válida y el procedimiento puede conducir a resultados erróneos. Si se sospecha que los datos no están distribuidos normalmente, existen algunas técnicas que se pueden aplicar para normalizarlos.

9.1.5 Las Tablas 822 - 5 a 822 - 8 ilustran la efectividad de este procedimiento para identificar correctamente las diferencias entre juegos de datos bajo diferentes condiciones. El tamaño de la muestra y el nivel de significación tienen el mayor efecto sobre la capacidad de detectar correctamente una diferencia verdadera. Por ejemplo, en la Tabla 822 - 5 (Aptitud del procedimiento con iguales tamaños de muestras e iguales desviaciones estándar de la población) se puede verque para tamaños de muestras $N_A = N_B = 10$ y un nivel de significación de 0.01 ($\alpha = 0.01$), la diferencia verdadera en las desviaciones estándar se debe aproximar a 2.0 antes de que haya una fuerte probabilidad (0.93) de que se pueda detectar la diferencia. Si, por ejemplo, esto se aplicara a dos juegos de contenidos de asfalto que tengan desviaciones estándar de 0.2 %, entonces se requeriría una diferencia en las medias de las poblaciones de 0.4 %, con el fin de que este procedimiento tenga una posibilidad realmente buena de detectar la diferencia. Si el nivel de significación se incrementa a 0.05 ($\alpha = 0.05$), una diferencia verdadera de 2 desviaciones estándar sería detectada casi conseguridad (0.99), pero en este caso habría un 5 % de posibilidades de detectar una diferencia falsa cuando en realidad no la hay.

9.1.6 Usualmente, es posible hallar una combinación de tamaños de muestras y un nivel de significación que dé lugar a riesgos adecuadamente balanceados. Estas tablas proporcionan un conocimiento de las características de operación del procedimiento y un retrato claro tanto de sus posibilidades como de sus limitaciones. Este conocimiento se requiere para asegurar la correcta aplicación del procedimiento.

Tabla 822 - 5. Aptitud del procedimiento con iguales tamaños de muestras e iguales desviaciones estándar de la población

PROBABILIDAD DE DETECTAR DIFERENCIAS PARA TAMAÑOS DE MUESTRAS Y NIVELES DE SIGNIFICACIÓN SELECCIONADOS

Diferencia en las medias de las poblaciones, en unidades de desviación estándar	$N_A = 5, N_B = 5$			$N_A = 10, N_B = 10$			$N_A = 15, N_B = 15$		
	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
0.0	0.01	0.06	0.10	0.01	0.06	0.11	0.01	0.06	0.10
0.5	0.03	0.11	0.19	0.06	0.18	0.28	0.11	0.26	0.38
1.0	0.10	0.30	0.43	0.30	0.56	0.69	0.51	0.76	0.85
1.5	0.24	0.54	0.69	0.68	0.90	0.94	0.89	0.98	0.99
2.0	0.45	0.80	0.89	0.93	0.99	1.00	0.99	1.00	1.00
2.5	0.69	0.93	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

VALORES DE PROBABILIDAD OBTENIDOS MEDIANTE SIMULACIÓN POR COMPUTADOR CON 1000 RÉPLICAS $\sigma_A = \sigma_B$

Tabla 822 - 6. Aptitud del procedimiento con diferentes tamaños de muestras e iguales desviaciones estándar de la población

PROBABILIDAD DE DETECTAR DIFERENCIAS PARA TAMAÑOS DE MUESTRAS Y NIVELES DE SIGNIFICACIÓN SELECCIONADOS

Diferencia en las medias de las poblaciones, en unidades de desviación estándar	$N_A = 10, N_B = 5$			$N_A = 20, N_B = 5$			$N_A = 20, N_B = 10$		
	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
0.0	0.01	0.06	0.10	0.02	0.06	0.11	0.01	0.06	0.10
0.5	0.04	0.15	0.24	0.06	0.16	0.27	0.09	0.24	0.35
1.0	0.19	0.42	0.56	0.25	0.48	0.60	0.46	0.71	0.82
1.5	0.44	0.70	0.80	0.57	0.79	0.87	0.88	0.97	0.98
2.0	0.74	0.91	0.95	0.86	0.95	0.98	0.99	1.00	1.00
2.5	0.91	0.99	1.00	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00

VALORES DE PROBABILIDAD OBTENIDOS MEDIANTE SIMULACIÓN POR COMPUTADOR CON 1000 RÉPLICAS $\sigma_A = \sigma_B$

Tabla 822 - 7. Aptitud del procedimiento con iguales tamaños de muestras y diferentes desviaciones estándar de la población

PROBABILIDAD DE DETECTAR DIFERENCIAS PARA TAMAÑOS DE MUESTRAS Y NIVELES DE SIGNIFICACIÓN SELECCIONADOS

Diferencia en las medias de las poblaciones, en unidades de desviación estándar	$N_A = 5, N_B = 5$			$N_A = 10, N_B = 10$			$N_A = 15, N_B = 15$		
	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
0.0	0.02	0.06	0.10	0.01	0.04	0.09	0.01	0.06	0.11
0.5	0.03	0.11	0.19	0.06	0.18	0.28	0.08	0.25	0.36
1.0	0.12	0.29	0.43	0.26	0.50	0.63	0.44	0.69	0.81
1.5	0.23	0.51	0.66	0.60	0.81	0.88	0.84	0.96	0.98
2.0	0.44	0.72	0.83	0.88	0.98	0.99	0.99	1.00	1.00
2.5	0.63	0.88	0.94	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

VALORES DE PROBABILIDAD OBTENIDOS MEDIANTE SIMULACIÓN POR COMPUTADOR CON 1000 RÉPLICAS $\sigma_A = 2\sigma_B$

Tabla 822 - 8. Aptitud del procedimiento con diferentes tamaños de muestras y diferentes desviaciones estándar de la población

PROBABILIDAD DE DETECTAR DIFERENCIAS PARA TAMAÑOS DE MUESTRAS Y NIVELES DE SIGNIFICACIÓN SELECCIONADOS

Diferencia en las medias de las poblaciones, en unidades de desviación estándar	$N_A = 10, N_B = 5$			$N_A = 20, N_B = 5$			$N_A = 20, N_B = 10$		
	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
0.0	0.01	0.04	0.08	0.01	0.04	0.08	0.01	0.05	0.09
0.5	0.03	0.10	0.17	0.04	0.14	0.21	0.10	0.26	0.38
1.0	0.13	0.34	0.49	0.24	0.49	0.63	0.46	0.74	0.83
1.5	0.39	0.68	0.82	0.56	0.80	0.89	0.87	0.98	0.99
2.0	0.72	0.90	0.95	0.82	0.96	0.99	1.00	1.00	1.00
2.5	0.90	0.99	1.00	0.96	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

VALORES DE PROBABILIDAD OBTENIDOS MEDIANTE SIMULACIÓN POR COMPUTADOR CON 1000 RÉPLICAS $\sigma_A = 2\sigma_B$

Tabla 822 - 9. Distribución F para α = 0.01 (Parte 1)

DISTRIBUCIÓN F												
Nivel de significación	1.00%											
Numerador Grados de libertad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Denominador Grados de libertad	Values of F											
1	16,212.4634	19,997.3583	21,614.1343	22,500.7534	23,055.8217	23,439.5266	23,715.1980	23,923.8143	24,091.4524	24,221.8375	24,333.5962	24,426.7285
2	198.5027	199.0120	199.1575	199.2448	199.3030	199.3321	199.3612	199.3758	199.3903	199.3903	199.4194	199.4194
3	55.5519	49.8003	47.4683	46.1951	45.3911	44.8381	44.4343	44.1250	43.8813	43.6848	43.5248	43.3865
4	31.3321	26.2844	24.2599	23.1539	22.4563	21.9752	21.6223	21.3522	21.1385	20.9666	20.8238	20.7046
5	22.7847	18.3136	16.5301	15.5560	14.9394	14.5133	14.2004	13.9607	13.7716	13.6179	13.4914	13.3846
6	18.6346	14.5442	12.9166	12.0276	11.4637	11.0731	10.7857	10.5656	10.3914	10.2500	10.1327	10.0345
7	16.2354	12.4037	10.8826	10.0504	9.5220	9.1554	8.8853	8.6779	8.5138	8.3803	8.2696	8.1764
8	14.6883	11.0426	9.5965	8.8053	8.3019	7.9519	7.6941	7.4958	7.3387	7.2107	7.1045	7.0149
9	13.6138	10.1068	8.7171	7.9558	7.4710	7.1338	6.8849	6.6932	6.5411	6.4172	6.3142	6.2273
10	12.8266	9.4269	8.0809	7.3428	6.8724	6.5447	6.3026	6.1159	5.9676	5.8467	5.7462	5.6614
11	12.2263	8.9121	7.6004	6.8808	6.4217	6.1016	5.8648	5.6821	5.5368	5.4183	5.3196	5.2363
12	11.7543	8.5097	7.2257	6.5211	6.0711	5.7571	5.5245	5.3451	5.2021	5.0854	4.9884	4.9063
13	11.3737	8.1864	6.9258	6.2334	5.7910	5.4819	5.2529	5.0761	4.9351	4.8200	4.7240	4.6429
14	11.0604	7.9217	6.6804	5.9983	5.5622	5.2573	5.0313	4.8566	4.7173	4.6034	4.5085	4.4281
15	10.7980	7.7007	6.4761	5.8029	5.3722	5.0708	4.8473	4.6743	4.5363	4.4236	4.3294	4.2497
16	10.5756	7.5138	6.3034	5.6378	5.2116	4.9134	4.6920	4.5206	4.3839	4.2719	4.1785	4.0993
17	10.3842	7.3537	6.1557	5.4968	5.0745	4.7789	4.5594	4.3893	4.2535	4.1424	4.0495	3.9709
18	10.2182	7.2148	6.0278	5.3747	4.9561	4.6628	4.4448	4.2760	4.1410	4.0304	3.9382	3.8599
19	10.0727	7.0934	5.9160	5.2680	4.8526	4.5613	4.3449	4.1770	4.0428	3.9329	3.8410	3.7631
20	9.9440	6.9865	5.8177	5.1743	4.7615	4.4721	4.2569	4.0900	3.9564	3.8470	3.7555	3.6779
21	9.8294	6.8915	5.7304	5.0911	4.6808	4.3931	4.1789	4.0128	3.8799	3.7709	3.6798	3.6024
22	9.7270	6.8064	5.6524	5.0168	4.6088	4.3225	4.1093	3.9440	3.8116	3.7030	3.6122	3.5350
23	9.6347	6.7300	5.5823	4.9500	4.5441	4.2591	4.0469	3.8822	3.7502	3.6420	3.5515	3.4745
24	9.5513	6.6609	5.5190	4.8898	4.4856	4.2019	3.9905	3.8264	3.6949	3.5870	3.4967	3.4199
25	9.4753	6.5982	5.4615	4.8351	4.4326	4.1500	3.9394	3.7758	3.6447	3.5370	3.4470	3.3704
26	9.4060	6.5410	5.4091	4.7852	4.3843	4.1027	3.8928	3.7297	3.5989	3.4916	3.4017	3.3252
27	9.3423	6.4886	5.3611	4.7396	4.3402	4.0594	3.8501	3.6875	3.5570	3.4499	3.3602	3.2840
28	9.2837	6.4404	5.3170	4.6977	4.2996	4.0197	3.8110	3.6488	3.5186	3.4117	3.3222	3.2460
29	9.2298	6.3958	5.2764	4.6591	4.2621	3.9831	3.7749	3.6131	3.4832	3.3765	3.2871	3.2110
30	9.1798	6.3546	5.2388	4.6234	4.2276	3.9493	3.7415	3.5801	3.4505	3.3440	3.2547	3.1787
35	8.9763	6.1879	5.0865	4.4787	4.0876	3.8123	3.6067	3.4466	3.3181	3.2123	3.1235	3.0480
40	8.8278	6.0664	4.9758	4.3738	3.9860	3.7129	3.5088	3.3498	3.2220	3.1167	3.0284	2.9531
50	8.6256	5.9016	4.8259	4.2317	3.8486	3.5785	3.3764	3.2189	3.0921	2.9875	2.8997	2.8247
60	8.4947	5.7950	4.7290	4.1399	3.7600	3.4918	3.2911	3.1345	3.0083	2.9042	2.8166	2.7418
70	8.4026	5.7204	4.6613	4.0758	3.6980	3.4313	3.2315	3.0755	2.9498	2.8460	2.7587	2.6840
80	8.3346	5.6652	4.6113	4.0285	3.6524	3.3867	3.1876	3.0320	2.9066	2.8031	2.7159	2.6413
90	8.2823	5.6228	4.5728	3.9922	3.6173	3.3524	3.1538	2.9987	2.8735	2.7701	2.6830	2.6085
100	8.2407	5.5892	4.5424	3.9634	3.5895	3.3252	3.1271	2.9722	2.8472	2.7439	2.6570	2.5825
120	8.1789	5.5393	4.4972	3.9207	3.5482	3.2849	3.0875	2.9329	2.8083	2.7052	2.6183	2.5439
140	8.1350	5.5040	4.4652	3.8905	3.5191	3.2565	3.0594	2.9053	2.7808	2.6778	2.5910	2.5167
150	8.1177	5.4899	4.4525	3.8785	3.5075	3.2452	3.0483	2.8942	2.7698	2.6670	2.5802	2.5059
1,000,000	7.8794	5.2984	4.2794	3.7151	3.3500	3.0913	2.8969	2.7444	2.6211	2.5188	2.4325	2.3583

Tabla 822 - 10. Distribución F para α = 0.01 (Parte 2)

DISTRIBUCIÓN F												
Nivel de significación	1.00%											
Numerador Grados de libertad	15	20	25	30	40	50	60	100	120	200	500	1,000,000
Denominador Grados de libertad	Values of F											
1	24,631.6195	24,836.5104	24,959.4450	25,041.4014	25,145.7095	25,212.7647	25,253.7429	25,339.4246	25,358.0511	25,399.0293	25,436.2822	25,466.0845
2	199.4340	199.4486	199.4486	199.4777	199.4777	199.4777	199.4777	199.4777	199.4922	199.4922	199.5068	199.5068
3	43.0846	42.7790	42.5898	42.4661	42.3097	42.2115	42.1496	42.0223	41.9896	41.9241	41.8659	41.8295
4	20.4382	20.1671	20.0025	19.8916	19.7515	19.6669	19.6105	19.4968	19.4686	19.4113	19.3595	19.3249
5	13.1463	12.9035	12.7557	12.6556	12.5297	12.4537	12.4023	12.2996	12.2736	12.2218	12.1750	12.1436
6	9.8139	9.5888	9.4510	9.3582	9.2409	9.1695	9.1218	9.0258	9.0013	8.9528	8.9090	8.8794
7	7.9676	7.7539	7.6229	7.5345	7.4224	7.3544	7.3087	7.2166	7.1932	7.1466	7.1043	7.0761
8	6.8144	6.6082	6.4817	6.3960	6.2876	6.2216	6.1773	6.0875	6.0650	6.0195	5.9781	5.9506
9	6.0325	5.8319	5.7084	5.6248	5.5186	5.4539	5.4104	5.3224	5.3001	5.2553	5.2148	5.1875
10	5.4706	5.2740	5.1527	5.0705	4.9660	4.9022	4.8592	4.7721	4.7501	4.7058	4.6656	4.6385
11	5.0488	4.8552	4.7356	4.6543	4.5508	4.4877	4.4450	4.3585	4.3367	4.2926	4.2525	4.2255
12	4.7213	4.5300	4.4115	4.3309	4.2281	4.1654	4.1230	4.0368	4.0150	3.9710	3.9308	3.9039
13	4.4599	4.2703	4.1528	4.0727	3.9704	3.9079	3.8656	3.7795	3.7577	3.7136	3.6736	3.6465
14	4.2468	4.0585	3.9416	3.8619	3.7600	3.6975	3.6553	3.5692	3.5474	3.5032	3.4630	3.4358
15	4.0698	3.8826	3.7662	3.6868	3.5850	3.5225	3.4803	3.3941	3.3722	3.3279	3.2875	3.2603
16	3.9205	3.7342	3.6182	3.5388	3.4372	3.3747	3.3324	3.2460	3.2240	3.1795	3.1390	3.1115
17	3.7929	3.6073	3.4916	3.4124	3.3108	3.2482	3.2059	3.1192	3.0971	3.0524	3.0115	2.9839
18	3.6827	3.4977	3.3822	3.3031	3.2014	3.1387	3.0962	3.0092	2.9871	2.9422	2.9010	2.8732
19	3.5866	3.4020	3.2867	3.2076	3.1058	3.0430	3.0004	2.9131	2.8908	2.8456	2.8042	2.7762
20	3.5020	3.3178	3.2026	3.1234	3.0215	2.9586	2.9159	2.8282	2.8058	2.7603	2.7187	2.6904
21	3.4270	3.2431	3.1279	3.0487	2.9468	2.8837	2.8408	2.7528	2.7302	2.6845	2.6425	2.6140
22	3.3600	3.1764	3.0612	2.9821	2.8799	2.8166	2.7736	2.6852	2.6625	2.6165	2.5742	2.5455
23	3.2999	3.1165	3.0013	2.9221	2.8197	2.7563	2.7132	2.6243	2.6016	2.5552	2.5126	2.4837
24	3.2456	3.0624	2.9472	2.8679	2.7654	2.7018	2.6585	2.5692	2.5463	2.4997	2.4568	2.4276
25	3.1964	3.0133	2.8981	2.8187	2.7160	2.6523	2.6088	2.5191	2.4961	2.4492	2.4059	2.3765
26	3.1515	2.9685	2.8533	2.7738	2.6709	2.6070	2.5634	2.4733	2.4501	2.4029	2.3593	2.3297
27	3.1104	2.9275	2.8123	2.7327	2.6296	2.5655	2.5217	2.4312	2.4079	2.3604	2.3165	2.2867
28	3.0727	2.8899	2.7746	2.6949	2.5916	2.5273	2.4833	2.3925	2.3690	2.3213	2.2771	2.2470
29	3.0379	2.8551	2.7398	2.6600	2.5565	2.4920	2.4480	2.3566	2.3331	2.2850	2.2405	2.2102
30	3.0057	2.8230	2.7076	2.6278	2.5241	2.4594	2.4152	2.3234	2.2998	2.2514	2.2066	2.1760
35	2.8756	2.6930	2.5772	2.4969	2.3921	2.3266	2.2816	2.1880	2.1637	2.1139	2.0677	2.0359
40	2.7611	2.5984	2.4823	2.4015	2.2958	2.2295	2.1838	2.0884	2.0636	2.0125	1.9647	1.9318
50	2.6531	2.4702	2.3533	2.2717	2.1644	2.0967	2.0499	1.9512	1.9254	1.8719	1.8214	1.7863
60	2.5705	2.3872	2.2698	2.1874	2.0789	2.0100	1.9622	1.8609	1.8341	1.7785	1.7256	1.6885
70	2.5127	2.3291	2.2112	2.1283	2.0187	1.9488	1.9002	1.7966	1.7691	1.7116	1.6565	1.6176
80	2.4700	2.2862	2.1678	2.0845	1.9739	1.9033	1.8540	1.7484	1.7203	1.6611	1.6041	1.5634
90	2.4373	2.2532	2.1344	2.0507	1.9394	1.8681	1.8182	1.7109	1.6822	1.6216	1.5627	1.5204
100	2.4113	2.2270	2.1080	2.0239	1.9119	1.8400	1.7896	1.6809	1.6516	1.5897	1.5291	1.4853
120	2.3727	2.1881	2.0686	1.9839	1.8709	1.7981	1.7469	1.6357	1.6055	1.5413	1.4778	1.4311
140	2.3454	2.1606	2.0407	1.9556	1.8418	1.7683	1.7163	1.6032	1.5723	1.5063	1.4401	1.3909
150	2.3346	2.1496	2.0295	1.9444	1.8302	1.7563	1.7042	1.5901	1.5590	1.4921	1.4248	1.3744
1,000,000	2.1868	1.9999	1.8771	1.7891	1.6692	1.5898	1.5326	1.4017	1.3638	1.2764	1.1705	1.0052

Tabla 822 - 11. Distribución t

DISTRIBUCIÓN t STUDENT												
Nivel de significación	0.1%	0.5%	1.0%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	3.5%	4.0%	4.5%	5.0%	10.0%
Grados de libertad	Values of t											
1	636.5776	127.3211	63.6559	42.4334	31.8210	25.4519	21.2051	18.1707	15.8945	14.1235	12.7062	6.3137
2	31.5998	14.0892	9.9250	8.0728	6.9645	6.2054	5.6428	5.2039	4.8487	4.5534	4.3027	2.9200
3	12.9244	7.4532	5.8408	5.0473	4.5407	4.1765	3.8961	3.6700	3.4819	3.3216	3.1824	2.3534
4	8.6101	5.5975	4.6041	4.0880	3.7469	3.4954	3.2976	3.1355	2.9985	2.8803	2.7765	2.1318
5	6.8685	4.7733	4.0321	3.6338	3.3649	3.1634	3.0029	2.8699	2.7565	2.6579	2.5706	2.0150
6	5.9587	4.3168	3.7074	3.3723	3.1427	2.9687	2.8289	2.7123	2.6122	2.5247	2.4469	1.9432
7	5.4081	4.0294	3.4995	3.2031	2.9979	2.8412	2.7146	2.6083	2.5168	2.4363	2.3646	1.8946
8	5.0414	3.8325	3.3554	3.0851	2.8965	2.7515	2.6338	2.5347	2.4490	2.3735	2.3060	1.8595
9	4.7809	3.6896	3.2498	2.9982	2.8214	2.6850	2.5738	2.4798	2.3984	2.3266	2.2622	1.8331
10	4.5868	3.5814	3.1693	2.9316	2.7638	2.6338	2.5275	2.4375	2.3593	2.2902	2.2281	1.8125
11	4.4369	3.4966	3.1058	2.8789	2.7181	2.5931	2.4907	2.4037	2.3281	2.2612	2.2010	1.7959
12	4.3178	3.4284	3.0545	2.8363	2.6810	2.5600	2.4607	2.3763	2.3027	2.2375	2.1788	1.7823
13	4.2209	3.3725	3.0123	2.8010	2.6503	2.5326	2.4358	2.3535	2.2816	2.2178	2.1604	1.7709
14	4.1403	3.3257	2.9768	2.7714	2.6245	2.5096	2.4149	2.3342	2.2638	2.2012	2.1448	1.7613
15	4.0728	3.2860	2.9467	2.7462	2.6025	2.4899	2.3970	2.3178	2.2485	2.1870	2.1315	1.7531
16	4.0149	3.2520	2.9208	2.7245	2.5835	2.4729	2.3815	2.3036	2.2354	2.1747	2.1199	1.7459
17	3.9651	3.2224	2.8982	2.7056	2.5669	2.4581	2.3681	2.2911	2.2238	2.1639	2.1098	1.7396
18	3.9217	3.1966	2.8784	2.6889	2.5524	2.4450	2.3562	2.2802	2.2137	2.1544	2.1009	1.7341
19	3.8833	3.1737	2.8609	2.6742	2.5395	2.4334	2.3457	2.2705	2.2047	2.1460	2.0930	1.7291
20	3.8496	3.1534	2.8453	2.6611	2.5280	2.4231	2.3362	2.2619	2.1967	2.1385	2.0860	1.7247
21	3.8193	3.1352	2.8314	2.6493	2.5176	2.4138	2.3278	2.2541	2.1894	2.1318	2.0796	1.7207
22	3.7922	3.1188	2.8188	2.6387	2.5083	2.4055	2.3202	2.2470	2.1829	2.1256	2.0739	1.7171
23	3.7676	3.1040	2.8073	2.6290	2.4999	2.3979	2.3132	2.2406	2.1770	2.1201	2.0687	1.7139
24	3.7454	3.0905	2.7970	2.6203	2.4922	2.3910	2.3069	2.2348	2.1715	2.1150	2.0639	1.7109
25	3.7251	3.0782	2.7874	2.6123	2.4851	2.3846	2.3011	2.2295	2.1666	2.1104	2.0595	1.7081
26	3.7067	3.0669	2.7787	2.6049	2.4786	2.3788	2.2958	2.2246	2.1620	2.1061	2.0555	1.7056
27	3.6895	3.0565	2.7707	2.5981	2.4727	2.3734	2.2909	2.2201	2.1578	2.1022	2.0518	1.7033
28	3.6739	3.0470	2.7633	2.5918	2.4671	2.3685	2.2864	2.2159	2.1539	2.0986	2.0484	1.7011
29	3.6595	3.0380	2.7564	2.5860	2.4620	2.3638	2.2822	2.2120	2.1503	2.0952	2.0452	1.6991
30	3.6460	3.0298	2.7500	2.5806	2.4573	2.3596	2.2783	2.2084	2.1470	2.0920	2.0423	1.6973
35	3.5911	2.9961	2.7238	2.5584	2.4377	2.3420	2.2622	2.1936	2.1332	2.0791	2.0301	1.6896
40	3.5510	2.9712	2.7045	2.5420	2.4233	2.3289	2.2503	2.1825	2.1229	2.0695	2.0211	1.6839
45	3.5203	2.9521	2.6896	2.5294	2.4121	2.3189	2.2411	2.1741	2.1150	2.0621	2.0141	1.6794
50	3.4960	2.9370	2.6778	2.5193	2.4033	2.3109	2.2338	2.1673	2.1087	2.0562	2.0086	1.6759
100	3.3905	2.8707	2.6259	2.4751	2.3642	2.2757	2.2015	2.1374	2.0809	2.0301	1.9840	1.6602
1,000,000	3.2905	2.8070	2.5758	2.4324	2.3264	2.2414	2.1701	2.1084	2.0538	2.0047	1.9600	1.6449

10 NORMAS DE REFERENCIA

STP 304–2